Lässvårigheter och räknesvårigheter – pedagogiska förslag och idéer

Görel Sterner

Artikel ur
Svenska Dyslexiföreningens och
Svenska Dyslexistiftelsens tidskrift

Dyslexi –
aktuellt om läs- och skrivsvårigheter
Nr3/2006

Lässvårigheter och räknesvårigheter – pedagogiska förslag och idéer

Görel Sterner, verksam i grundskolan och vid Nationellt Centrum för Matematikutbildning, Göteborgs Universitet.

Kunskap om sambanden mellan lässvårigheter och räknesvårigheter är av betydelse för utveckling av undervisningen inte bara i svenska och matematik, utan också i andra ämnen där svenska och matematik har betydelse för elevernas lärande (Sterner & Lundberg, 2002). Forskning pekar fram för allt på två områden där elever ofta stöter på svårigheter. Det ena området handlar om att automatisera talfakta och det andra om att lösa textuppgifter i matematik där kraven på god ordavkodning och läsförståelse kan bli övermäktiga om elever inte får det stöd och den undervisning de är i behov av.

I den här artikeln presenteras några enstaka exempel på hur specialundervisningen i matematik kan läggas upp med hänsyn till svårigheter kopplat till bland annat fonologi, arbetsminne, automatiseringsprocesser och uppgiftsorientering (Lundberg & Sterner 2005; 2006).

Struktur i undervisningen

Grundidén som bör genomsyra undervisningen är att arbetet sker på ett sådant sätt att eleverna utvecklar förmåga till uppgiftsorientering det vill säga motivation, självförtroende, tillit till den egna förmågan, en vilja att lära sig etc. Framför allt vill vi poängtera vikten av struktur och tydlighet, matematiska samtal, samband och mönster, att ny kunskap relateras till tidigare kunskaper och erfarenheter och att eleverna får hjälp att utveckla sitt kunnande både i tal och i skrift. Vi föreslår att undervisningen tar sin utgångspunkt i den konkreta fasen (där laborativt material används) fortsätter i den representativa fasen (där eleven ritar enkla bilder och förklarar innebörden i matematiska begrepp) till den abstrakta fasen där eleven använder det matematiska symbolspråket som uttrycksform (Minskoff & Allsopp, 2003).

Den konkreta fasen

Här sker det laborativa arbetet med verkliga objekt och åskådligt material parat med muntlig kommunikation. Med hjälp av det laborativa materialet kan viktiga matematiska begrepp och idéer lyftas fram och undersökas. Om eleven samtidigt får hjälp att sätta ord på sina upptäckter och erfarenheter kan språk och handling interagera. Språket bidrar till att tydliggöra innehållet i handlingen. I den konkreta fasen ger det laborativa arbetet eleverna kinestetiska (rörelse) och taktila (röra vid) erfarenheter som kan underlätta utvecklingen av begreppslig förståelse och att minnas. Lärare bör försäkra sig om att det laborativa arbetet bidrar till att matematiska begrepp och idéer synliggörs och att eleven utvecklar nya tankeformer så att de frigör sig från behovet av det laborativa materialet.

Den representativa fasen

Ett viktigt steg mellan den konkreta och den abstrakta fasen är ett steg där eleven får rita egna bilder som representerar matematiska begrepp och lösningar på uppgifter. Genom att rita enkla bilder, streck och cirklar parat med muntliga förklaringar kan eleven ge uttryck för sina uppfattningar och lösa uppgifter utan att behöva använda laborativt material. Erfarenheter visar att reflektiva samtal mellan lärare och elever om matematiska begrepp, mönster och samband är särskilt viktiga.

Den abstrakta fasen
Målet med undervisningen i den abstrakta fasen är eleverna ska utvidga och fördjupa den förståelse och de tankeformer som de har utvecklat i den konkreta och den representativa fasen, så att de kan tänka och lösa uppgifter utan hjälp av laborativt material och genom att använda enbart siffror och andra matematiska symboler.

God taluppfattning

För att kunna skapa struktur i undervisningen behöver lärare och specialpedagoger djupa kunskaper om vad god taluppfattning är. För en utförligare beskrivning av vad det kan innebära hänvisar vi till en artikelserie i Nämnaren (Reys & Reys, 1995a; 1995b) där detta diskuteras ingående. Här beskrivs kort ett sätt att strukturera god taluppfattning utifrån tre aspekter, *relationer inom tal, relationer mellan tal samt relationer mellan tal och omvärld.* (Emanuelsson & Emanuelsson (1997). God taluppfattning innebär förståelse för samtliga aspekter och är något som ständigt utvidgas och fördjupas även hos vuxna. Nedan ges exempel på undervisning om talet sju.

1. Relationer inom tal

En nödvändig aspekt av att utveckla god taluppfattning och räkneförmåga innefattar att eleverna förstår och automatiserar kunskap om de tio första talens helhet och delar. Talet sju är ett heltal som kan grupperas på åtta olika sätt: 7 + 0, 6 + 1, 5 + 2, 4 + 3, 3 + 4, 2 + 5, 1 + 6 och 0 + 7. Kunskaper som eleverna utvecklar inom lägre talområden kan sedan generaliseras och utnyttja inom större talområden. En uppgift som 37+8 är enkel att se lösningen på om man har en föreställning om att talet 8 kan grupperas som 3 och 5 (37+3+5=45) eller som 7+1 (30+7+7+1=45).

Konkreta fasen
Syftet med aktiviteten som beskrivs här är att eleven ska undersöka på vilket sätt talet sju kan grupperas i två mängder. Vi har använt tvåfärgade knappar som är svarta på ena sidan och vita på den andra. (Träfärgade knappar som kan målas i två färger finns bl.a. hos Brio).

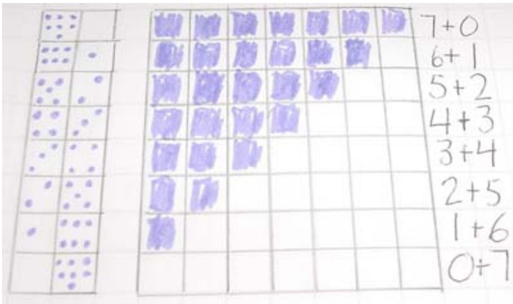
Eleven räknar upp och lägger sju knappar med den svarta sidan upp på bordet. Eftersom det i raden finns sju svarta brickor och noll vita, kan vi uttrycka det som sju plus noll är lika med sju. Eleven lägger en ny rad med sju svarta knappar och vänder på en knapp. Uppmana eleven att muntligt beskriva helheten och delarna: ”Sju är lika med sex plus ett.” Eleven lägger ytterligare en rad, vänder på två knappar och beskriver det som ”sju är lika med fem plus två”. Eleven fortsätter på samma sätt tills åtta rader är lagda.

Talet 7

● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ○
● ● ● ● ● ● ○ ○
● ● ● ● ● ○ ○ ○
● ● ● ○ ○ ○ ○ ○
● ● ○ ○ ○ ○ ○ ○
● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Eleven uppmuntras att berätta vilka kombinationer som är möjliga, hur många de är och om eleven kan upptäcka mönster. (Exempel: När de svarta brickorna minskar med en ökar de vita med en). Uppmärksamma eleven på att inga brickor läggs till eller tas bort. Då grupperar bara talet sju på åtta olika sätt. Redan i det här skedet lyfter vi fram den kommutativa lagen för addition (3+4=4+3, 2+5=5+2 osv.) vilket är en användbar kunskap vid huvudräkning**.**

Representativa fasen
I den representativa fasen skapar eleven, med hjälp av sina erfarenheter från den konkreta fasen, mönster och bilder för talens alla kombinationer utan att använda laborativt material. I det här exemplet har eleven använt centimeterrutat papper och ritat prickmönster för samtliga kombinationer, målat kombinationerna i två färger, samt skrivit kombinationerna med siffror.



Abstrakta fasen
Eleven skriver alla kombinationer för talet 7 (7 = 7 + 0, 7 = 6 + 1 osv.). Därefter läser lärare och elev kombinationerna rytmiskt tillsammans. Eleven läser sedan alla talkombinationer själv, först högt sedan tyst. Erfarenheter visar på betydelsen av multisenesoriskt lärande (att röra vid, att flytta och gruppera, att visualisera genom att rita bilder samt att ge aktuella begrepp språkliga uttryck både i tal och i skrift). Det fortsatta arbetet med att automatisera kunskap om talfakta kräver ofta mycket tid och engagemang från elevens sida. Av utrymmesskäl ges här bara ett exempel på hur färdighetsträningen kan gå till. Vi vill dock betona betydelsen av att aktiviteterna varieras inom alla faserna (se Lundberg och Sterner, 2006). Det bidrar till att eleven kan generalisera sina kunskaper och att den nödvändiga färdighetsträningen inte blir enformig. Tillverka kort (enligt bilden nedan) för de talkombinationer som är aktuella.

Visa ett kort i taget med framsidan mot eleven. Eleven ska snabbt tala om vilket tal som saknas och som står på baksidan av kortet. De kombinationer som eleven är säker på (som är automatiserade) läggs i en hög, de andra korten i en annan. Eleven arbetar sedan vidare med de kombinationer som inte är automatiserade.

Framsida	Baksida
7 = 5 + __	2

Eftersom tid är en betydelsefull faktor är det bra om eleven övar hemma en kort stund varje dag. Det är positivt om elevens föräldrar kan stötta sitt barn i lärprocessen. Det kan hjälpa eleven att fokusera på uppgiften och att vara tillräckligt uthållig.

2. Relationer mellan tal

Hur förhåller sig ett visst tal till andra tal? Talet 48 är ett mer än 47 och ett mindre är 46, det är hälften av 96 och dubbelt så mycket som 24. Det är ett litet tal jämfört med 4800, men ett stort tal jämfört med 0,05 osv. Förståelse för relationer mellan tal är bland annat grundläggande för förståelse av subtraktion. Det vi gör när vi subtraherar är egentligen att vi jämför tal (Sterner & Johansson, 2006).

Konkreta fasen

I undervisningen om relationer mellan tal behöver eleven ha tillgång till tallinjer. Dessa kan se ut på olika sätt beroende på syftet med arbetet. I nybörjarundervisningen arbetar vi med en talrad på golvet för talen 0 – 10. Talen skrivs på A-4 papper som plastas in och fästs på golvet. Eleven går på talraden och ramsräknar rytmiskt först framåt och sedan bakåt. De lär sig de tio första talens grannar och nästan grannar, jämna tal och udda tal. Arbetet fortsätter med att vi undersöker talen mellan 0 – 20, 0 - 30 och vidare upp till hundra och förbi hundra (Lundberg & Sterner, 2006).

Här ger vi ett exempel på hur en väggtallinje för talområdet 0-100 kan användas bland annat för att undersöka talens ordning i sekvenser, vilket är en mycket användbar kompetens vid huvudräkning.

● Räkna framåt på multiplar av 10 med start på 0.

● Räkna bakåt på multiplar av tio med start på 100.

● Räkna framåt på multiplar av 10 med start på olika tal.

– Vilken siffra ändras/ändras inte? Varför är det så?

● Räkna bakåt på multiplar av tio med start på olika tal.
– Vilken siffra ändras/ändras inte? Är det någon skillnad jämfört med addition av 10?

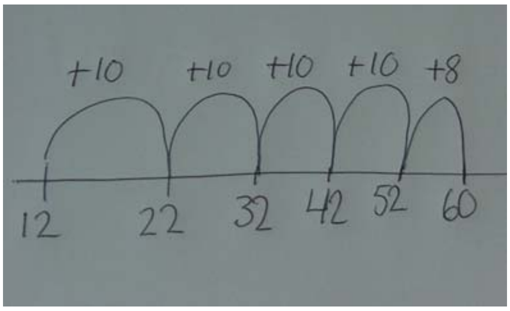
● Räkna på multiplar av 5, 2 osv.

I den konkreta fasen inriktas arbetet med tallinjen på att eleven i samspel med läraren får lösa aritmetikuppgifter och pröva sig fram till utveckling av goda räknestrategier.

Representativa fasen

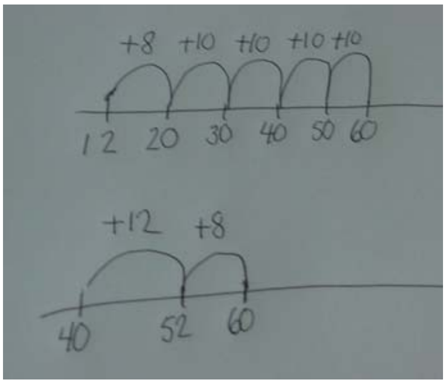
I den representativa fasen lämnar vi väggtallinjen för ett tag och arbetar med ”tomma tallinjer”. Det innebär att eleven själv ritar sin tallinje och beskriver de räknestrategier som hon använder för att lösa en uppgift, till exempel:

12 + 40 + 8 =



12+10+10+10+10+8=60

Eleven berättar om sin strategi och jämför med sina kamraters val. Läraren ställer utmanande frågor och uppmuntrar eleven att pröva olika strategier med hjälp av bland annat associativa lagen för addition (resultatet blir det samma oavsett i vilken ordning termerna adderas).



12+8+10+10+10+10=60

40+12+8=60

Det är betydelsefullt att eleven får undersöka och pröva olika strategier, muntligt beskriva och motivera sina val. Lika betydelsefullt är att läraren utmanar både elevens språk och tänkande, synliggör och problematiserar frågor om räknelagar och räkneregler så att elevens strategier blir utvecklingsbara och inte leder in i återvändsgränder.

Abstrakta fasen

I den abstrakta fasen är målet att eleven utvecklar förståelse och förtrogenhet med skriftliga räknemetoder. Med den begränsade tid som skolan har till sitt förfogande för matematik-undervisningen är det knappast rimligt att elever som kämpar med läsning och matematik ska kunna lära sig både ”skriftlig huvudräkning” och standardalgoritmer. I fråga om det som eleverna ofta kallar ”uppställning” är det viktigt att läraren tar fasta på standardalgoritmernas grund i räknelagarna och positionssystemets egenskaper och talmönster (Löwing & Kilborn 2003; Johansson, 2006).

3. Relationer mellan tal och omvärld

Var i omvärlden möter vi till exempel talet 5? Vi har fem fingrar på våra händer. Det är fem arbetsdagar i veckan. Lönnlövet har fem flikar (Sterner & Johansson, 2006). Talet 24 möter vi som antalet timmar på ett dygn. 60 sekunder är en minut och 60 minuter är en timma. Äkta makar som varit gifta i 60 år kan fira diamantbröllop osv.

Ett sätt att skapa sammanhang mellan tal och omvärld är att lösa textuppgifter i matematik. Eleven får då tillfälle att använda sina tabellkunskaper och kan utveckla förståelse för räknesättens innebörder relaterat till matematiska ord och uttryck. Val av rätt räknesätt förutsätter att eleven förstår relationen mellan räknesätt och själva textproblemet. Textuppgifter i matematik är ofta komprimerade och ställer höga krav både på god ordavkodning och i läsförståelse. Felläsning av ett enda litet ord kan leda till total missuppfattning av textens innebörd. En del elever vänjer sig vid att försöka bortse från sammanhanget i texten och istället hitta en ledtråd eller ett nyckelord som kan leda dem på rätt spår. Detta är dock en vansklig strategi bl.a. därför att problem som innehåller samma nyckelord kan leda till helt skilda räknesätt (Johansson, 1983).

- En vara kostar 13 kr och en annan kostar7 kr. Hur mycket kostar de *tillsammans*?
- Två varor kostar *tillsammans* 20 kr. Den ena varan kostar 13 kr. Hur mycket kostar den andra?

Vilket räknesätt som ska väljas har inte främst att göra med nyckelord i texten utan av problemets struktur. Textuppgifter bör väljas med fokus på det matematiska och det språkliga innehållet. Eleven måste uppmärksamma att ord som fler, tillsammans eller dyrare inte alltid leder till addition och att ord som färre och billigare inte alltid leder till subtraktion. Att lösa textuppgifter i matematik kräver både uppmärksamhet och koncentration från elevens sida. Ett motiverande inslag kan vara att innehållet i uppgifterna knyter an till elevernas namn och intressen

Konkreta fasen

I den konkreta fasen löser eleven textuppgifter med hjälp av laborativt material som multilink, pengar, tiobasmaterial osv. Läraren läser uppgiften högt och samtalar med eleven om ords betydelse och eleven får med egna ord förklara uppgiftens innebörd. Valet av uppgifter beror på vilka matematiska begrepp och vilka matematiska ord och termer som är relevanta att arbeta med för tillfället, till exempel begreppen *fler än* och *färre än.*(Lundberg & Sterner, 2006).

> *Raminas lag gjorde 23 mål i fotbollsturneringen och Idas lag gjorde 11 mål. Hur många fler mål gjorde Raminas lag?*

Eleven löser uppgiften genom att t ex räkna upp 23 klossar som representerar antalet mål som Raminas lag gjorde och 11 klossar som representerar det andra lagets mål. Därefter görs en jämförelse mellan de båda mängderna. Eleven berättar om sin lösning och använder relevanta ord och termer.

Representativa fasen

I den representativa fasen löser eleven uppgifter genom att rita bilder, streck, ring etc. Eleven berättar om sina lösningar med fokus både på matematik och på ords innebörder. Att utveckla sitt ordförråd och sin förståelse för ords innebörder handlar om att få insikt om begrepp och hur de hänger ihop.

Abstrakta fasen

De kunskaper som eleven har utvecklat i den konkreta och den representativa fasen utgör en god grund för den fortsatta undervisningen i läsförståelse och textuppgifter i matematik Om lärare som undervisar i matematik tar för vana att analysera språket i texten som eleverna ska arbeta med, förbereder lämpliga samtal och aktiviteter för eleverna så kommer de att kunna delta i undervisningen med större självförtroende. Stor vikt bör läggas vid att eleven utvecklar goda strategier för läsförståelse och förtrogenhet med räknesättens innebörder kopplat till matematiska ord och uttryck. Det ställer ofta krav på en systematisk, explicit undervisning där lärare och elev tillsammans löser uppgifter genom att använda aktuella strategier. Allt efter som eleven utvecklar säkerhet och kunnande lämnas mer och mer ansvar över på eleven att kunna lösa uppgifter på egen hand. Men fortfarande är de matematiska samtalen i anslutning till problemlösningen betydelsefulla. Här ges exempel på en strategi som vi har kallat LURBRA som har använts med framgång i undervisningen.

1. **L**äs hela texten.
2. **U**pprepa frågan högt för dig själv och stryk under frågan.
3. **R**inga in viktig information.
4. **B**estäm räknesätt och säg vad det innebär
5. **R**ita en lösning.
6. **A**nvänd matematikspråket.

Referenser

Emanuelsson, G & Emanuelsson, L (1997). Taluppfattning i tidiga skolår. *Nämnaren 24* (2), 30-31, 129.
Johansson, B. (1983). Problem med problemlösning. *Nämnaren 9* (3), 10–13.
Johansson, B (2006). Elever har rätt att få lära sig räkna. *Nämnaren 33* (1), 28-31.
Lundberg, I. & Sterner, G. (2005). Lässvårigheter och matematiksvårigheter. *Dyslexi*
Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Lässvårigheter och räknesvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och Kultur.
Löwing, M. & Kilborn, W. (2003). *Huvudräkning en inkörsport till matematiken.* Lund: Studentlitteratur.
Reys, B. J. & Reys, R. E. (1995a). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren, 22* (1), 28–32.
Reys, B. J. & Reys, R. E. m fl (1995b). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren, 2 2* (2), 23–26.
Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.*
Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikundervisning (NCM).
Sterner, G. & Johansson, B. (2006). Räkneord, uppräkning och taluppfattning. I
E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.) Små *barns matematik.* Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM).